

2. cvičení - teorie

13. 10. 2022

Matematická indukce

Slouží k dokázání tvrzení, která mají platit pro všechna přirozená (popřípadě celá či racionální) čísla. Sestává ze dvou částí.

1. ověřit začátek - ověříme, že tvrzení platí pro $n = 1$, případně $n = 0$, nebo jiné, podle toho, od kterého čísla má tvrzení platit

2. n -tý krok - ověřit, že když výrok platí pro n , pak z toho plyne, že platí i pro $n + 1$. Využijeme zde takzvaný *indukční předpoklad*, tedy budeme předpokládat, že tvrzení již platí pro n kroků, a z toho chceme odvodit, že bude platit i pro $n + 1$ krok.

Vizte vzorové řešení příkladu 1.

Výroky

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \implies B$	$A \iff B$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Tabulková metoda: <https://www2.karlin.mff.cuni.cz/portal/logika/?page=pravdivost>

Kvantifikátory: $\forall$ = pro každé, $\exists$ = existuje

Jak znegovat výrok s kvantifikátory:

1) Místo $\forall$ napíšeme $\exists$ a naopak

2) Zneguji výrok, který je za všemi těmi kvantifikátory podle následujících pravidel:

$\neg(A \wedge B)$ je $\neg A \vee \neg B$

$\neg(A \vee B)$ je $\neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \implies B)$ je $A \wedge \neg B$

$\neg(A \iff B)$ je $(\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$

Jak ověřovat pravdivost výroků:

Pokud jde o výrok $\forall x \in \text{množina}$ něco platí, tak máme dvě varianty:

1) vybereme libovolné x a snažíme se zajistit, aby platil zbytek (pokud se nám to povede, pak je výrok pravdivý) (*např. Př. 6a*)

2) zkusíme najít protipříklad - tj. x , pro které nemůže být výrok splněn (*např. Př. 6b*)

Pokud se snažíme dokázat výrok ve tvaru $\exists x \in \text{množina}$, máme opět dvě možnosti:

1) ukázat, že výrok pro nějaké x platí (*např. vyřešit rovnici apod.*) (*např. Př. 6d*)

2) ukázat, že to pro žádné x platit nemůže (*např. Př. 6f*)

Množiny

Mějme libovolné množiny A, B . Pak definujeme následující pojmy.

$x \in A \cup B$, pokud $x \in A \vee x \in B$

$x \in A \cap B$, pokud $x \in A \wedge x \in B$

$x \in A \setminus B$, pokud $x \in A \wedge x \notin B$

$A \subset B$, pokud $\forall x: x \in A \implies x \in B$

$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ (symetrická diference)

Jak se dokazuje rovnost množin A a B :

1) dokážu, že $x \in A \iff x \in B$

2) dokážu, že $A \subset B$ a že $A \supset B$